සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved)

№ 20018

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1991
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1991

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02	
S	I

පැ තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. O, A, B, C යනු O, A, B ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නොවන පරිදි වූ ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය හතරකි. α හා β යනු නිශ්ශුන්‍ය සංඛ්‍යා විට $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b}$ වේ.

   (i) OA රේඛාව මත D නම් ලක්ෂ්‍යයක් ගෙන ඇත්තේ $\overrightarrow{OD} = \gamma\mathbf{a}$ වන පරිදි ය. $\overrightarrow{DC} = \delta\mathbf{b}$ වන අයුරින් γ හිත් δ හිත් අගයන් සොයන්න.

   (ii) $\alpha, \beta, \mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න. $\alpha + \beta = 1$ නම්, A, B, C ලක්ෂ්‍ය ඒක-රේඛීය බව පෙන්වන්න. තව ද, A ත් B ත් අතර C පිහිටන බව දී ඇති නම්, α ඇසුරෙන් පමණක් $AC : CB$ අනුපාතය ප්‍රකාශ කර, $0 < \alpha < 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

   (iii) P, Q යනු $\overrightarrow{OP} = 2\mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OQ} = \frac{2}{3}\mathbf{b}$ ද වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. AB හිත් PQ හිත් ඡේදන ලක්ෂ්‍යය R_ය. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OR}$ ප්‍රකාශ කර, $AR : RB$ හා $PR : RQ$ යන අනුපාත සොයන්න.

2. (අ) $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යන නිශ්-ශුන්‍ය දෛශික දෙකේ $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න. පහත සඳහන් ඒවා පිහිටුවන්න :

   (i) $(-\mathbf{a})\cdot\mathbf{b} = \mathbf{a}\cdot(-\mathbf{b}) = -\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$

   (ii) $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ ලම්බ නම් ම පමණක් $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = 0$

   $\mathbf{e}$ යනු ඒකක දෛශිකයක් නම් $\mathbf{e}\cdot\mathbf{b}$ ජ්‍යාමිතික ලෙස විවරණය කරන්න. $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ හා $\mathbf{c}$ යන ඕනෑ ම දෛශික තුනක් සඳහා

   $$\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \mathbf{a}\cdot\mathbf{b} + \mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$$

   බව පෙන්වන්න.

   (ආ) ABC යනු ත්‍රිකෝණයකි. අදිශ ගුණිතය පිළිබඳ ගුණ භාවිත කර, ABC ත්‍රිකෝණයේ, A, B, C යන ශීර්ෂවල සිට පිළිවෙළින් BC, CA, AB සම්මුඛ පාදවලට ඇඳි AL, BM, CN ලම්බ ඒකලක්ෂ්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. **a** හා **b** යන දෛශික දෙකකි **a** × **b** දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

Oxyz යනු සුරත් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය ඛණ්ඩාංක පද්ධතියකි. **i**, **j**, **k** යනු පිළිවෙලින් *Ox*, *Oy*, *Oz* අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික යි.

$\mathbf{i} \times \mathbf{i}$ සහ $\mathbf{k} \times \mathbf{j}$ සොයන්න.

O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් *P*, *Q*, *R* ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්,

$$\mathbf{p} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k},$$
$$\mathbf{q} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$
$$\mathbf{r} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$

වේ. *PQRS* සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ *S* ලක්ෂ්‍යයේ **s** පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

තව ද

(i) $\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PS}$ ද

(ii) *PQRS* සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද

(iii) *PQRS* තලයට ලම්බ ඒකක දෛශිකය ද
සොයන්න.

4. බර *W* වූ ද *G* ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයෙන් දණ්ඩ *a* හා *b* දිගැති කොටස් දෙකකට බෙදන්නාවූ ද *AB* දණ්ඩක දෙකෙළවරට $l\ (> a + b)$ දිග ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ගැට ගසා තිබේ. තන්තුව, කුඩා සුමට *P* නාදත්තක් උඩින් යවා දණ්ඩ සමතුලිතතාවේ තබා ඇත.

(අ) (i) $A\hat{P}G = B\hat{P}G$ බව ද

(ii) $\cos A\hat{P}G = \dfrac{a+b}{2l}\left[\dfrac{l^2 - (a+b)^2}{ab}\right]^{\frac{1}{2}}$ බව ද

පෙන්වන්න.

(ආ) තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

5. *n* ඒකතල බල පද්ධතියක *r* වැනි (X_r, Y_r) බලය, තලයේ වූ *Oxy* සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් $A_r \equiv (x_r, y_r)$, $r = 1, 2 \ldots n$, ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරයි.

$P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා බල පද්ධතියේ G_P ඝූර්ණය,

$$G_P = G_O - xY + yX$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි

$$G_O = \sum_{r=1}^{n} (x_r Y_r - y_r X_r), \quad X = \sum_{r=1}^{n} X_r, \quad Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r.$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ *AB*, *BC* හා *CA* පාද පිළිවෙලින් $x + y = a$, $y - x = a$ හා $y = 2a$ මගින් දෙනු ලැබේ: මෙහි $a > o$. විශාලත්වය *R*, *R* හා *S* වූ ද පිළිවෙලින් *AB*, *BC* හා *CA* ඔස්සේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරන්නා වූ ද බල තුනකින් හා ඝූර්ණය $2aS$ වූද *ABC* ත්‍රිකෝණයෙහි තලයේ *ACB* අභිදිශාවට] ක්‍රියා කරන්නා වූද යුග්මයකින් පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි. $S \neq \sqrt{2}R$ නම් පද්ධතිය, තනි බලයකට ඌනනය වන බව පෙන්වා, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

$S = \sqrt{2}R$ විට කිමෙක් සිදු වෙයි ද?

6. එක එකක බර W ද දිග $2a$ ද වන AB සහ AC සමාන, ඒකාකාර දඬු දෙකක් A හි දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර, B සහ C දෙකෙළවර සුමට තිරස් මේසයක් මත පිහිටන සේ සිරස් තලයක තබා ඇත. සමතුලිතතාව පවත්වා ගන්නේ C ලක්ෂ්‍යයත් AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයත් යා කෙරෙන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. එක් එක් දණ්ඩ තිරස සමඟ $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ කෝණයක් සාදයි. තන්තුවේ ආතතිය,

$$T = \frac{W}{4} \sqrt{1 + 9 \cot^2\alpha}$$

බව පෙන්වන්න.

A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සොයන්න.

7. ආධාරකයේ අරය r ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන ඒකාකාර සෘජුවෘත්තාකාර ඝන, කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3}{4} r \cot \alpha$ දුරකින් අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

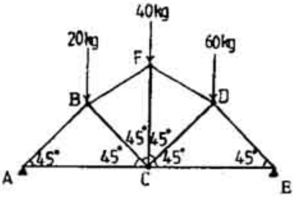
ඒකාකාර සෘජුවෘත්තාකාර ඝන කේතුවක ඡින්නකයක, වෘත්තාකාර දෙකෙළවරේ අරයන් a හා λa $(\lambda > 1)$ ද උස h ද වෙයි. කුඩාතම ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට ඡින්නකයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට දුර

$$\frac{h}{4} \left(\frac{3\lambda^2 + 2\lambda + 1}{\lambda^2 + \lambda + 1} \right)$$

බව පෙන්වන්න.

කුඩාතම ආධාරකයෙහි පරිධියේ වූ ලක්ෂ්‍යයකින් ඡින්නකය නිදහස් ලෙස එල්ලනු ලැබෙයි. සමතුලිතතා පිහිටීමෙ දී අක්ෂය, සිරසට $\alpha \left(< \frac{\pi}{2} \right)$ කෝණයෙකින් ආනත වෙයි. $\tan \alpha$ සොයන්න.

8.



ඉහත දැක්වෙන පරිදි B, F හා D සන්ධිවල දී භාරයන් යෙදූ ලුහු දඬුවලින් යුත් රාමු සැකිල්ලක් රූපයෙන් නිරූපණය වෙයි. AC හා CE තිරස් ය. ඒ එක එකක් මීටර 10 ක් දිග ය. $CF =$ මීටර 8 යි. තව ද $AB = BC = CD = DE$ වන අතර $BF = FD$ වේ. A හිත් E හිත් ප්‍රතික්‍රියා සිරස් යැයි උපකල්පනය කරමින් ඒවා ගණනය කරන්න.

A සන්ධියෙන් ආරම්භ කර ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග නිශ්චය කරන්න.

9. බර W වූ ද දිග $2a$ වූ ද ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවකට ද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ද හේත්තු වන සේ තිරසට α කෝණයකින් තබා ඇත. දණ්ඩ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. A හි දීත් B හි දීත් ඝර්ෂණ සංගුණකය μ (< 1) වෙයි. දණ්ඩ සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පවතී නම්

$$\tan \alpha = \frac{1 - \mu^2}{2\mu}$$

බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය θ $(< \alpha)$ නම් ද දණ්ඩ පහළට ලිස්සා යාම යන්තම් වැළැක්වෙන පරිදි M ඝූර්ණයෙන් යුත් යුග්මයක් දණ්ඩ හරහා යන සිරස් තලයේ යොදන්නේ නම් ද

$$(1 + \mu^2) M = (1 - 2\mu \tan \theta - \mu^2) Wa \cos \theta$$

බව පෙන්වන්න,

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍ර ආස්තරයක්, ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත්තේ එහි ඉහළ AB දාරය තිරස් ව ද BC සිරස් ව ද පිහිටන පරිදි ය. AB හි දිග $= b$ ද BC හි දිග $= a$ ද වෙයි. AB ඇත්තේ ද්‍රව පෘෂ්ඨයට පහළින් h ගැඹුරකින් නම්, පීඩන කේන්ද්‍රය AB ට පහළින්

$$\frac{a}{3}\,\frac{(2a + 3h)}{(a + 2h)}$$

ගැඹුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දැන් AB පාදය ද්‍රව පෘෂ්ඨයට එන තෙක් $ABCD$ ආස්තරය සිරස් ලෙස ඔසවනු ලැබේ. BD විකර්ණය වටා නිදහස් ලෙස හැරෙන්නට හැකි වන පරිදි ආස්තරය විවර්තනී කළ හොත්, එය BD වටා භ්‍රමණය වීම වළක්වා-ලීමට අවශ්‍ය යුග්මයේ ඝූර්ණය

$$\frac{1}{12}\,\frac{a^3 b^2 \rho g}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

බව පෙන්වන්න.

11. උස h ද සිරස් කෝණය $60°$ ද වන සෘජුවෘත්ත කේතුවක් ජලයේ ගිල්වා ඇත්තේ එහි ශීර්ෂය ජලය පෘෂ්ඨයේ පිහිටන ලෙසත් එහි අක්ෂය තිරස සමග $60°$ කෝණයක් සාදන ලෙසත් ය. කේතුවෙන් විස්ථාපනය වන ජලයේ බර W නම්,

(i) කේතුවේ ආධාරකය මත තෙරපුම $\frac{3\sqrt{3}}{2}W$ බව ද,

(ii) කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුම $\frac{\sqrt{13}}{2}W$ බව ද,

පෙන්වන්න.

වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුමේ දිශාව කිමෙක් ද?

12. ද්‍රවස්ථිති විද්‍යාවේ එන ආකිමිඩීස් මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරන්න.

ඒකාකාර ඍජු ප්‍රිස්මයක හරස්-කඩ වනුයේ ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි. එහි $AB = BC$. ප්‍රිස්මයේ විශිෂ්ට ගුරුත්වය σ (<1) ය. A ලක්ෂ්‍යය ඉහළින් ම පිහිටන සේ ප්‍රිස්මය ආංශික වශයෙන් ජලයේ ගිල්වා ඇත. ජල පෘෂ්ඨයෙහි අවල ව තබා ඇති C හරහා යන දාරය වටා ප්‍රිස්මයට හැරෙන්නට නිදහස තිබෙයි. යටිඅත් සිරස සමඟ BC හි ආනතිය θ නම්, සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී θ,

$$\cot^3\theta + (2 - \sigma)\cot\theta - 2\sigma = 0$$

සමීකරණය සපුරා-ලන බව පෙන්වන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved)

№ 20018

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1991 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1991

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය II (02) Applied Mathematics II	**02** **S | II**

පැය තුනයි/*Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (i) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y(x-1)(y+2)}{x(y-1)(x+2)}$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(ii) $2x + 3y = u$ ආදේශය මගින්

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x + 3y + 4}{4x + 6y + 1}$$

අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

(iii) v යනු x හි ශ්‍රිතයක් විට $y = vx$ ආදේශය මගින්

$$x\frac{dy}{dx} = y + x\cos\left(\frac{y}{x}\right)$$

අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

2. සෘජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ධාවනය කැරෙන බස් රථයක රියදුරෙක්, එයට ඉදිරියෙන් ඇති H බස් නැවතුම් පොළේ බස් රථයට ගොඩ වීමට බලාපොරොත්තුවෙන් සිටින මගියකු දකියි. $AH =$ මීටර a වන පරිදි වූ A නම් ලක්ෂ්‍යයට එළැඹෙන විට බස් රථයේ ප්‍රවේගය u m s^{-1} විය. H හි දී බස් රථය නවතින පරිදි $AB = BC = CH$ වන සේ වූ A, B, C යන ලක්ෂ්‍යවල දී රියදුරා පිට පිට ම තිරිංග යොදයි. AB, BC හා CH ප්‍රාන්තවල දී, බස් රථයේ මන්දන පිළිවෙලින් f, $2f$ හා $3f$ m s^{-2} වෙයි. බස් රථයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල වක්‍රයක් අඳින්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරෙකින් හෝ $f = \dfrac{u^2}{4a}$ බව පෙන්වන්න.

B හා C ලක්ෂ්‍ය වෙත පැමිණීමේ දී බස් රථයේ ප්‍රවේගය, u ඇසුරෙන් සොයන්න. A සිට H තෙක් යාමට ගත වන මුළු කාලය,

$$\frac{4a}{u}\left[1 - \frac{(\sqrt{30} + \sqrt{2})}{12}\right]$$

බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වන අංශුවක්, ඒකක ස්කන්ධයට kv^3 ප්‍රතිරෝධයකට භාජනය කෙරෙයි. මෙහි v යනු අංශුවේ වේගය ද k යනු නියතයක් ද වෙයි. අංශුව මත ක්‍රියා කරන එක ම බලය ප්‍රතිරෝධය නම් ගමන් කළ x දුර ඇසුරෙන් v ත් t කාලයත් දෙනු ලබන්නේ

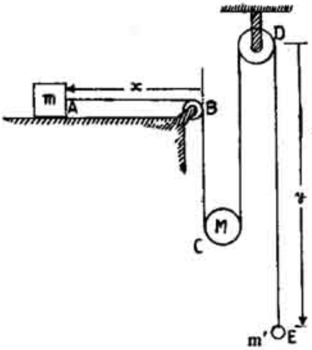
$$\frac{1}{v} = \frac{1}{u} + kx.$$

$$t = \frac{x}{u} + \frac{1}{2}kx^2,$$

සමීකරණ මගින් බව පෙන්වන්න. එහි u යනු $t = 0$ මොහොතේ දී වේගය යි.

රයිෆලයක් යොදා ගෙන කරන ලද එක්තරා පරීක්ෂණයක දී, රයිෆලයේ කටෙන් උණ්ඩය නිකුත් වූයේ 800 m s^{-1} වේගයෙන් බව ද මීටර 100 ක් ගමන් කළ පසු උණ්ඩයේ වේගය 780 m s^{-1} තෙක් අඩු වූ බව ද නිමාණය කරන ලදී. උණ්ඩයේ චලිතයට ඇති වාත ප්‍රතිරෝධය v^3 ට සමානුපාතික වේ යැ යි උපකල්පනය කරමින් ද ගුරුත්වය නොසලකා හරිමින් ද මීටර 1 000 ක් ගමන් කිරීම සඳහා උණ්ඩයට ගත වන කාලය ආසන්න වශයෙන් තත්පර 1.41 ක් බව පෙන්වන්න.

4.



ඉහත රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ, අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත වන m ස්කන්ධයෙන් යුත් A වස්තුවත් m' ස්කන්ධයෙන් යුත් E අංශුවත් යා කෙරෙන $ABCDE$ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුව සමග කුඩා කප්පිවල සැකසුමකි. B හා D යන අචල සුමට කප්පි උඩින් තන්තුව යවා ඇත. C යනු තන්තුවේ කොටස් දෙක මගින් දරා සිටින ස්කන්ධය M වන චල සුමට කප්පියකි. තන්තුවේ AB කොටස තිරස් වන අතර BC, CD හා DE කොටස් සිරස් ය. t කාලයේ දී පිළිවෙලින් AB හා DE කොටස්වල දිග x ද y ද නම් m, m' හා M ස්කන්ධ සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. තන්තුවේ T ආතතිය

$$T\left[\frac{4}{M} + \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right] = 3g$$

යන්නෙන් ලැබෙන බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්

$$\frac{2}{M} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}$$

නම් C කප්පිය ස්ථාවර ව පවතින බව පෙන්වන්න.

5. ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක එන්ජිමක්, මෝටර් රථය චලනය වන විට බොට් H නියත ජවයක් නිපදවයි. රථයේ චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය නියත යි. සමතල පාරක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය V $\mathrm{m\,s^{-1}}$ ය.

(i) තිරසට α කෝණයකින් ආනත පාරක් දිගේ කෙළින් ම ඉහළවත්

(ii) $\sin\alpha < \dfrac{H}{MVg}$ වෙයි නම්, එම පාර දිගේ කෙළින් ම පහළවත්

චලනය වන විට මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය සොයන්න.

ආනත පාරේ පහළට එන විට උපරිම වේගය, එම පාරේ ඉහළට යන විට උපරිම වේගය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි නම් පාරේ තිරසට α ආනතිය, $\sin\alpha = \dfrac{H}{3\,MVg}$

යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

මෝටර් රථය ආනත පාරේ පහළට චලනය වෙයි නම් ද එහි වේගය V නම් ද රථයේ ත්වරණය කීයෙක් ද?

6. අභ්‍යවකාශයක්, පැය T කාලයක ගමනක් (පියාසැරුමක්) සඳහා ප්‍රමාණවත් ඉන්ධන රැගෙන යයි. නිසල කාලගුණයක් තිබෙන විට එහි වේගය u $\mathrm{km\,h^{-1}}$ ය. අභ්‍යවකාශයේ ගමන් (පියාසර) මඟ වෙනස් කිරීම සඳහා ගත වන්නේ නොගිණිය හැකි තරම් කාලයක් යැයි උපකල්පනය කරමින් උතුරේ සිට දකුණු දිශාවට $v\,(<u)$ $\mathrm{km\,h^{-1}}$ වේගයකින් හමන සුළඟක් ඇති විට, θ° උතුරෙන් නැගෙනහිර දිශාවට අභ්‍යවකාශයේ ක්‍රියාන්විත පරාසය (පිටතට යාම හා ආපසු එම),

$$R = \frac{T}{2}\,\frac{(u^2 - v^2)}{\sqrt{(u^2 - v^2\sin^2\theta)}}$$

බව පෙන්වන්න.

R පරාසය උපරිමයක් වන්නේ θ හි කවර අගයක් සඳහා ද ?

උපරිම පරාසයක් ලබා ගනු වස්, පිටතට පියාසැරුමේ දීත් ආපසු පියාසැරුමේ දීත් අභ්‍යවකාශය හැසිරවිය යුත්තේ කවර දිගංශවලින් ද?

7. සුමට ගෝලයක්, නිශ්චලතාවේ තිබෙන ඒ හා සමාන තවත් ගෝලයක් සමඟ ගැටීම වන්නේ, ගැටුම් මොහොතේ දී ඒවායේ කේන්ද්‍ර රේඛාව සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවකිනි. e යනු ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය යි. චලනය වන ගෝලයේ චලිත දිශාව,

$$\tan\phi = \frac{(1 + e)\,x}{1 - e + 2x^2}$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන ϕ කෝණයකින් අපගමනය වන බව පෙන්වන්න. මෙහි $x = \tan\theta$.

θ හි වෙනස් අගයන් සඳහා, $x = \sqrt{\dfrac{1 - e}{2}}$ විට ϕ_0 උපරිම අපගමනය ඇති වන බව අපෝහනය කරන්න.

ϕ_0 සොයන්න.

8. දුර පනින ක්‍රීඩකයකුට, පොළොවෙන් ඉවත් ව යන මොහොතේ දී (ඔහුගේ දිවීම නිසා) u තිරස් ප්‍රවේගයකුත් සමඟ (ඔහුගේ පැනීම නිසා) තිරසට θ කෝණයකින් ආනත λu ප්‍රවේගයකුත් තිබේ. ඔහු පනින l තිරස් දුර,

$$l = \frac{2u^2\lambda}{g}\,(1 + \lambda\cos\theta)\sin\theta$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

තව දුරටත් $\lambda = 1$ ද l උපරිමයක් වන පරිදි θ තෝරා ගන්නේ ද නම් පැනීමේ දී ඔහු ළඟා වන වැඩි ම උස ආසන්න වශයෙන් $\dfrac{l}{7}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

9. ස්වාභාවික දිග $a + b$ ද මාපාංකය λ ද වන AB ලුහු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවර, සුමට තිරස් මේසයක් මත $a + b$ දුරක පරතරයක් ඇති ව සවි කර තිබෙයි. m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් P ලක්ෂ්‍යයේ දී තන්තුවට ඈඳා ඇත්තේ අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතින විට $AP = a, PB = b$ වන පරිද්දෙනි. අංශුව, $AQ = a + c$ වන පරිදි ඇති Q ලක්ෂ්‍යයේ දී නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. එහි $0 < c < b$.

එය, $\pi \sqrt{\frac{m}{\lambda}} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$ මුළු කාලයකට පසු ව $\frac{2c}{\sqrt{a}} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$ මුළු දුරක් ගමන් කර Q ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

10. A හා B යනු B ට ඉහළින් A ද ඒවා අතර c පරතරයක් ද තිබෙන සේ එක ම සිරස් රේඛාවේ පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. නිදහසේ චලනය විය හැකි C නම් බර, කුඩා මුදුවක් තුළින් යැවූ ලුහු අවිතත්‍ය තන්තුවක් මඟින් එම ලක්ෂ්‍ය සම්බන්ධ කර තිබෙයි. C මුදුව, ω නියත කෝණික වේගයක් ඇති ව AB මත කේන්ද්‍රය පිහිටන තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරන විට A හිත් B හිත් සිට C ට දුර පිළිවෙළින් b හා a වෙයි. $b > a$ බවත් ω^2 යන්න

$$(\cos A - \cos B)\, \omega^2 = g \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

මඟින් දෙනු ලබන බවත් පෙන්වන්න. මෙහි A හා B මඟින් පිළිවෙළින් $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ දක්වනු ලැබෙයි.
තව දුරටත්

$$\omega^2 = \frac{2gc}{b - a} \cdot \frac{a + b}{\{(a + b)^2 - c^2\}}$$

බව පෙන්වීමට ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා කෝසයින් සූත්‍රය භාවිත කරන්න.

11. දිග a වන OP ලුහු අවිතත්‍ය තන්තුවකට ගැට ගසා ඇති ස්කන්ධය m වන P අංශුවක්, තන්තුව ඇදී පවතිමින්, කේන්ද්‍රය O වන පූර්ණ සිරස් වෘත්තයක භ්‍රමණය වෙයි. පහළ ම පිහිටීමේ දී P හි ප්‍රවේගය V නම් OP රේඛාව යටි සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට තන්තුවේ T ආතතිය

$$T = \frac{m}{a} \left[V^2 - 2ag + 3ag \cos \theta \right]$$

යන්නෙන් ලැබෙන බවත් $V^2 > 5ag$ බවත් පෙන්වන්න.

තව ද, ඉහළ ම පිහිටීමේ දී P හි ප්‍රවේගය $\frac{V}{2}$ නම් V නිර්ණය කර P අංශුව පහළ ම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතියේත් ඉහළ ම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතියේත් අනුපාතය 19 : 1 බව පෙන්වන්න.

12. ස්කන්ධය M ද දිග a ද වන OA ඒකාකාර දණ්ඩක, O කෙළවර හරහා දණ්ඩට ලම්බ අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{1}{3} Ma^2$ බව පෙන්වන්න.

දණ්ඩ, O අචල කෙළවර වටා ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් සුමට තිරස් මේසයක් මත වෘත්ත සලකුණු කරයි. O සිට b දුරක තිබෙන m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් දණ්ඩ හා ගැටී දණ්ඩ තුළට කාවදියි. එවිට කෝණික ප්‍රවේගය

$$\frac{M a^2 \omega}{Ma^2 + 3mb^2}$$ තෙක්

අඩු වන බව පෙන්වන්න.

$Ma^2 = 3mb^2$ නම් ගැටුම නිසා සිදු වන චාලක ශක්තියේ හානිය $\frac{1}{12} Ma^2\omega^2$ බව පෙන්වන්න.